

№7 дәріс сабағы

Дискретті кездейсоқ шаманың сандық сипаттамалары. Қасиеттері. Биномдық үлестіру. Пуассон үлестіруі.

1. X дискретті кездейсоқ шамасының математикалық күтімі деп

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

саны аталады.

2. X кездейсоқ шамасының $D(X)$ дисперсиясы деп $(X - M(X))^2$ шамасының математикалық күтімі аталады:

$$D(X) = M(X - M(X))^2.$$

Дискретті кездейсоқ шамасы үшін дисперсияны есептеу формуласы:

$$D(X) = M(X - M(X))^2 = M(X^2) - [M(X)]^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - M(X))^2 p_i$$

3. Дискретті кездейсоқ шаманың орташа квадраттық ауытқуы:

$$\sigma = \sqrt{D(X)}$$

4. Дискретті кездейсоқ шаманың k -ші ретті бастапқы моменті деп осы кездейсоқ шаманың k -ші дәрежесінің математикалық күтімін айтады:

$$\nu_k(X) = M(X^k) = \sum_{i=1}^n x_i^k p_i$$

5. Дискретті кездейсоқ шаманың k -ші ретті орталық моменті деп оның өзінің математикалық үмітінен ауытқуының k -ші дәрежесінің математикалық күтімін айтады:

$$\mu_k(X) = M[X - M(X)]^k = \sum_{i=1}^n (x_i - M(x_i))^k p_i.$$

Кездейсоқ шаманың математикалық күтімі бірінші бастапқы моментіне, ал дисперсиясы екінші орталық моментіне тең:

$$M(X) = \nu_1(X), \quad D(X) = \mu_2(X).$$

Сондай-ақ, екінші, үшінші және төртінші ретті орталық моменттер мен бастапқы моменттер арасында мынадай байланыс бар:

$$\mu_1 = 0, \quad \mu_2 = \nu_2 - \nu_1^2, \quad \mu_3 = \nu_3 - 3\nu_1\nu_2 + 2\nu_1^3, \quad \mu_4 = \nu_4 - 4\nu_1\nu_3 + 6\nu_1\nu_2 - 3\nu_1^4.$$

6. Дискретті кездейсоқ шаманың ең ықтималды мәнін оның модасы (M_0) деп атайды

7. Кездейсоқ шаманың n мүмкін мәндері болсын. $P(X < M_D) = P(X > M_D)$ теңдігі орындалса, онда M_D кездейсоқ шаманың медианасы деп аталады.

Егер $n = 2k$ болса, онда $M_D = \frac{1}{2}(x_k + x_{k+1})$, егер де $n = 2k + 1$ болса, онда $M_D = x_{k+1}$.

8. Сондай-ақ, қарастырылып отырған кездейсоқ шаманың үлестірім заңын қалыпты үлестіріммен салыстыру үшін E_k эксцесс және A_s асимметрия сипаттамалары қарастырылады. Олар сәйкесінше мынадай формулалар бойынша есептеледі:

$$E_k = \frac{\mu^4}{\sigma^4} - 3, \quad A_s = \frac{\mu^3}{\sigma^3}$$

Ескерту: Қалыпты үлестіру үшін $E_k = 0$, $A_s = 0$.